社団法人 電子情報通信学会
THE INSTITUTE OF ELECTRONICS,
INFORMATION AND COMMUNICATION ENGINEERS

信学技報
TECHNICAL REPORT OF IEICE

インパルス応答計測のための最適信号の検討

守谷 直也† 金田 豊†

†東京電機大学大学院工学研究科 〒101-8457 東京都千代田区神田錦町 2-2
E-mail: †kaneda@c.dendai.ac.jp

あらまし インパルス応答計測において，系に存在する周囲雑音は，計測誤差として影響を及ぼす．この周囲雑音に応じた測定信号を合成することができれば，従来法よりも質の良い応答が得られる．本報告では，測定結果に含まれる誤差を最小にする最適な測定信号を理論的に導出した．そしてその信号を正弦波スウィープ信号として合成する方法を提案した．一例として，500-1000Hz 帯域雑音を用いたシミュレーションの結果，提案法は TSP 法や Log-SS（Pink-TSP）法などの従来法と比べて，7dB 程度雑音低減効果を有することを示した．

キーワード インパルス応答、音響計測、Swept Sine、TSP、周囲雑音、スピーカ

A study on the optimal signal for impulse response measurement

Naoya MORIYA† Yutaka KANEDA†

†Dept. of Information and Communication Eng., Tokyo Denki Univ.

2-2 Kanda-Nishiki-cho, Chiyoda-ku, Tokyo, 101-8457 Japan
E-mail: †kaneda@c.dendai.ac.jp

Abstract Background noise in an acoustic system causes errors on impulse response measurement. The measurement quality could be improved by designing the input signal for the measurement considering the noise characteristics. In this paper, the optimal measurement signal that minimizes the measurement errors is theoretically introduced. Then, a sweep sinusoidal signal which has the optimal spectral characteristic is synthesized. A simulation assuming 500-1000 Hz band background noise was done. It is shown that the proposed optimal signal improves SNR by about 7 dB comparing to conventional TSP and Log-SS (Pink-TSP) signal.

Keyword Impulse response, Acoustic measurement, Swept Sine, TSP, Background noise, Loudspeaker

1. はじめに

音響系のインパルス応答計測における品質劣化の主な要因は，系の変動による「時変性（非線形の一種とも考えられる)」,スピーカなどで発生する「非線形」，および系に存在する「雑音」である．

時変性は，測定中の媒質の温度変化，空調機等による大気の動きなどの影響であると指摘されている[1]が，対策は十分検討されていない．

非線形問題について，藤本，Farina は，対数の掃引特性をもつ正弦波スウィープ信号（藤本は Pink-TSP と名づけたが，本稿では Log-Swept Sine とし，Log-SS と略する）を用いれば高調波歪が除去できることを示した[2-4]．しかし，筆者らが実験的に検討した結果，測定誤差の低減量としては 3dB にとどまった[5]．この原因は，スピーカにおいて基本波応答の変形が発生するためであると指摘した[6]．

一方，雑音の影響を軽減するには，①従来の TSP 信号（近年 Swept Sine と名称変更されつつあるが，本稿ではわかりやすさのため TSP 信号と呼ぶ）や M 系列など測定信号の長さを伸ばす方法，②複数の測定結果を平均する同期加算回数法などが主な対策法であった．藤本らが提案した Log-SS 信号は，その掃引特性から低域のエネルギーが大きいため，低域雑音に対して SN 比の改善効果を有する[2,7]．また，森勢らは TSP 信号と Log-SS 信号を合成し，全帯域にわたって SN 比が良いとした Warped TSP とよぶ信号を合成した[8]．しかし，これらの手法では雑音に対する最適性が保障されていない点が問題であり，その効果も低域にエネルギーを持つ雑音に限られていた．そこで今回，雑音性誤差を最小とする最適な測定信号の検討を行ったので以下に報告する．

2. 最適な測定信号のスペクトル

TSP 信号のスペクトルは白色である．また，Log-SS 信号のスペクトルは ***1/f*** に比例する（すなわちピンク色）．ここでは，測定系に含まれる雑音性誤差を最小とする，測定信号スペクトルの最適値を求める．

2.1. 測定結果に含まれる周囲雑音のスペクトル

図 1 にインパルス応答計測原理を周波数領域において示す．図 1 (a) は，周囲雑音が無い場合を示しており，測定信号 $\boldsymbol{S}$ を伝達特性（インパルス応答と等価な量）が $\boldsymbol{H}$ である系に加え，出力と逆信号 $\boldsymbol{1/S}$ との積により $\boldsymbol{H}$ が求まる．一方，図 1 (b) は，周囲雑音 $\boldsymbol{N_0}$ が加わる場合を示しており，同様な逆信号演算により，得られる応答は，$\boldsymbol{H+N_0/S}$ となる．よって，周囲雑音 $\boldsymbol{N_0}$ は測定結果においては $\boldsymbol{1/S}$ 倍されて雑音性誤差となる．

ゆえに，例えば測定信号のスペクトル $\boldsymbol{S}$ が，TSP 信号や M 系列信号のように白色である場合（$\boldsymbol{S}=1$）には雑音性誤差は，元の雑音スペクトル $\boldsymbol{N_0}$ と一致する．また $\boldsymbol{S}$ を周囲雑音のスペクトルを等しくした場合（$\boldsymbol{S=N_0}$），測定結果に含まれる雑音成分は白色化される．

2.2. 最適信号のスペクトル

測定信号のエネルギーが一定であるという条件下で，雑音性誤差を最小とする信号について検討する．

雑音が定常確率的な信号であると考え，その標本信号を有限長で切り出した信号の離散エネルギースペクトルを $\boldsymbol{E_{N0}(k)}$（ $\boldsymbol{k=1,2,\cdots,N}$ ）と表す．ただし，$\boldsymbol{k}$ は離散周波数であり，$\boldsymbol{N}$ は DFT 長を表す．同様に，測定信号の離散エネルギースペクトルを $\boldsymbol{E_S(k)}$ （ $\boldsymbol{k=1,2,\cdots,N}$ ）と表す．この時，測定信号の全エネルギー $\boldsymbol{E_{St}}$ は，各周波数成分のエネルギー $\boldsymbol{E_S(k)}$ の和として式（1）で表される．

$$E_{St}=\sum_{k=1}^{N}E_S(k) \qquad (1)$$

また，2.1 節より測定結果に含まれる雑音性誤差のエネルギースペクトルは $\boldsymbol{N_0/S}$ であるので，雑音性誤差の全エネルギーの期待値 $\boldsymbol{E_{Nt}}$ は，式(2) で表現できる．

$$\begin{aligned}E_{Nt}&=E\left[\sum_{k=1}^{N}\frac{E_{No}(k)}{E_S(k)}\right]\\&=\sum_{k=1}^{N}\frac{E[E_{No}(k)]}{E_S(k)}\\&=\sum_{k=1}^{N}\frac{E_N(k)}{E_S(k)}\end{aligned} \qquad (2)$$

ただし，$\boldsymbol{E[\cdot]}$は確率的期待値を表し，以下を満たす．

$$E_N(k)=E[E_{No}(k)]$$

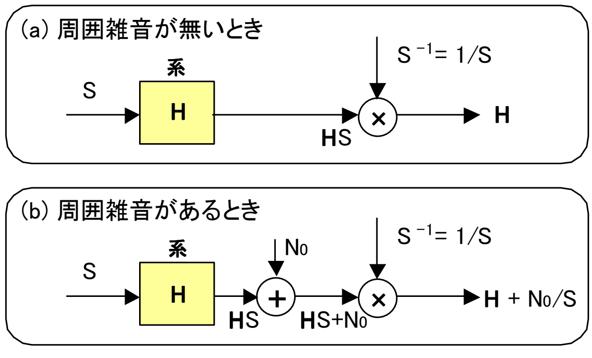

図 1　インパルス応答計測原理（周波数領域）

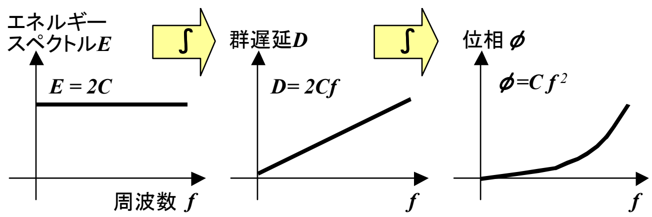

図 2　TSP 信号の各パラメータの関係

ここで，測定信号のエネルギー $\boldsymbol{E_{St}=C_{St}}$（一定値）を拘束条件として，雑音性誤差の全エネルギーの期待値 $\boldsymbol{E_{Nt}}$ を最小化する，測定信号のエネルギースペクトル $\boldsymbol{E_S(k)}$の値を求める．ラグランジュの未定乗数法を用いて，$\boldsymbol{E_S(k)}$で偏微分して 0 とおいた式（3）

$$\frac{\partial}{\partial E_S(k)}\left(E_{Nt}+\lambda\left(E_{St}-C_{St}\right)\right)=0 \qquad (3)$$

ただし、λ: ラグランジュ定数

を解くことで，最適信号のエネルギースペクトル $\boldsymbol{E_{opt}(k)}$ は，式(4) のように求められる．（導出は付録）

$$E_{opt}(k)=\frac{C_{St}\sqrt{E_N(k)}}{\sqrt{E_N(1)}+\sqrt{E_N(2)}+\cdots+\sqrt{E_N(N)}} \qquad (4)$$

3. 任意スペクトルを持つスウィープ信号の合成法

3.1. エネルギースペクトルと位相の関係

一定振幅を持つ正弦波スウィープ信号の群遅延を周波数微分すれば，エネルギースペクトルになる．よって，「エネルギースペクトル・群遅延・位相」は，それぞれが周波数に関して微分積分の関係にある．

たとえば，TSP 信号は，周波数領域において位相を周波数の二乗に比例させて合成する．これは次のように解釈できる．図 2 に TSP 信号における 3 つのパラメータの関係例を示す．TSP 信号は，全帯域に均一のエネルギー$\boldsymbol{2C}$（$\boldsymbol{C}$：定数）を持った白色のスペクトルを

もつ．このエネルギースペクトル E を積分すれば，群遅延 D となる．群遅延 D は，周波数に比例することがわかる．さらに積分すれば，周波数の二乗に比例する位相特性をもつ．この位相 ϕ を DFT 上で定義すれば，TSP 信号が合成できる．

3.2. 信号合成式

3.1 節の関係から，エネルギースペクトルを 2 回周波数で積分すれば，位相が得られる．これを利用すれば，任意のエネルギースペクトル $E(k)$ を持つ等振幅スウィープ信号 ***Cld-SS(k)***（Colored-Swept Sine 信号と呼ぶ）は，式（5）で求められる．

$$Cld\text{-}SS(k)=\begin{cases} A(k)\times\exp[-j\phi(k)] & (k=1,2,\cdots N/2+1) \\ Cld\text{-}SS^{*}(N-k) & (k=N/2+2,\cdots N) \end{cases} \quad (5)$$

＊：複素共役

ただし，位相項 $\phi(k)$は，積分を総和とおきかえて，式（6）および（7）で示す 2 段階の総和をとれば得られる．

群遅延 $$D(k)=C_1\sum_{i=1}^{k}E(i) \quad (6)$$

（ $k=1,2,\cdots,\ N/2+1$ ）

位相 $$\phi(k)=\sum_{i=1}^{k}D(i) \quad (7)$$

また，振幅項 $A(k)$は式（8）を満たす．

振幅 $$A(k)=C_2\sqrt{E(k)} \quad (8)$$

なお，図 3 に示すような信号の振幅 a と実効長 m は，パラメータ C_1，C_2 によって決められるがその関係は付録に示す．

逆信号 ***Cld-SS*** $^{-1}$ ***(k)*** は，振幅の逆数をとり，位相を逆回転した式 (9) で定義できる．

$$Cld\text{-}SS^{-1}(k)=\begin{cases} 1/A(k)\times\exp[j\phi(k)] & (k=1,2,\cdots N/2+1) \\ Cld\text{-}SS^{-1^{*}}(N-k) & (k=N/2+2,\cdots N) \end{cases} \quad (9)$$

4. 最適信号の合成手順

実際の信号合成手順を述べる．例として，図 4 に示すような 500-1000Hz 付近に大きなエネルギーをもつノイズを考える（標本化周波数 12k Hz，N=16384)．このノイズの平均スペクトル $E_N(k)$ を式（4）に代入して最適信号のエネルギースペクトル $E_{opt}(k)$ を得る（図 5）．

次に，式（6）を用いてスペクトル $E_{opt}(k)$ から群遅延 $D(k)$ を求める（図 6）．更に式（7）を適用し最適信号の位相 $\phi(k)$ を求める（図 7）．

最後に，$E_{opt}(k)$ を式（8）に代入して得られる振幅

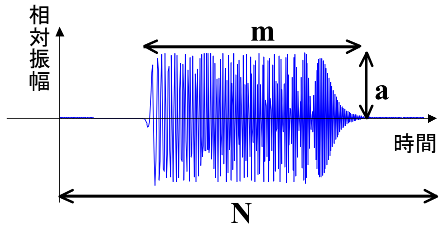

図 3　Cld-SS 信号の設計パラメータの説明

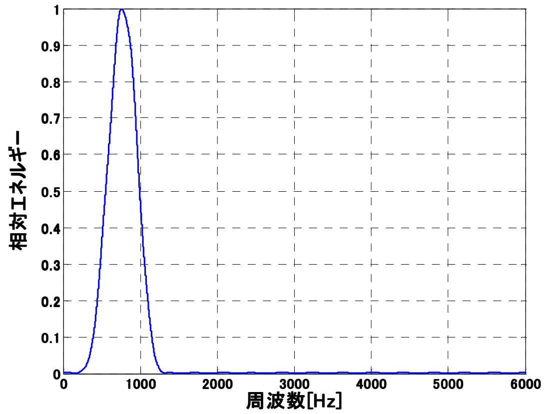

図 4　ノイズの平均エネルギースペクトル E_N

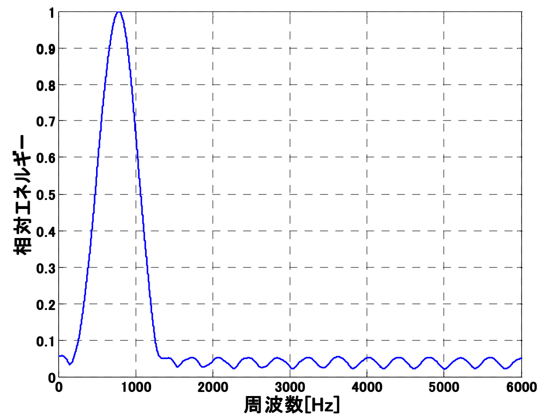

図 5　最適信号のエネルギースペクトル E_{opt}

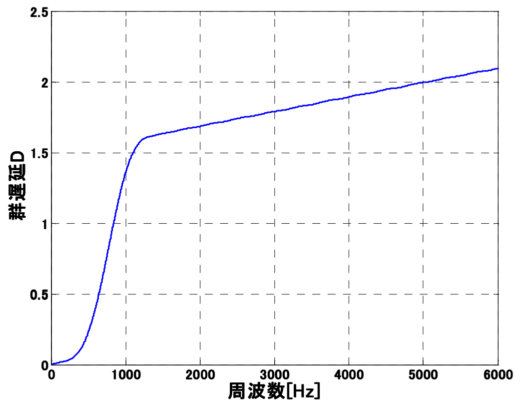

図 6　群遅延 D

$A(k)$ および位相 $\phi(k)$ を信号合成式（5）に代入して最適スウィープ正弦波信号（Opt-SS と呼ぶ）が作成できる．図 8（a）に合成された信号を示す．図 8（b）に示した最適信号のスペクトグラムからわかるように，500-1000Hz 付近の掃引時間は長くなっている．

ただし，雑音のエネルギースペクトル $E_N(k)$ の凹凸変化が急激な場合には，所望とする周波数以外の成分が発生したり，ランダム雑音が発生したりしてしまう場合がある．これを回避するには，信号合成の前にあらかじめエネルギースペクトル $E_N(k)$ を平滑化しておけば良い．

5. 雑音性誤差の低減実験

5.1. シミュレーション条件

提案する最適信号の有効性を確認するシミュレーションを行った（図 9）．測定対象 h としては，無響室で実測したスピーカのインパルス応答を用いた．測定信号には，白色のスペクトルをもつ TSP 信号，ピンクのスペクトルをもつ Log-SS 信号，および提案法である最適スウィープ正弦波 Opt-SS 信号を用いた．系の出力には，500-1000Hz 付近に大きなエネルギーをもつノイズ（図 4）を加算した．

シミュレーションに用いた TSP 信号, Log-SS 信号をそれぞれ図 10 および図 11 に示す．Opt-SS 信号は，4 章で作成したものである（図 8）．なお，シミュレーションに用いた 3 信号のエネルギーは，ほぼ等しくなるように各パラメータを調節している（注：Log-SS 信号は低周波成分が多いので視覚的にエネルギーが小さく見えるが，エネルギー（波形の二乗和）の計算結果は他の 2 つとほぼ等しい）．

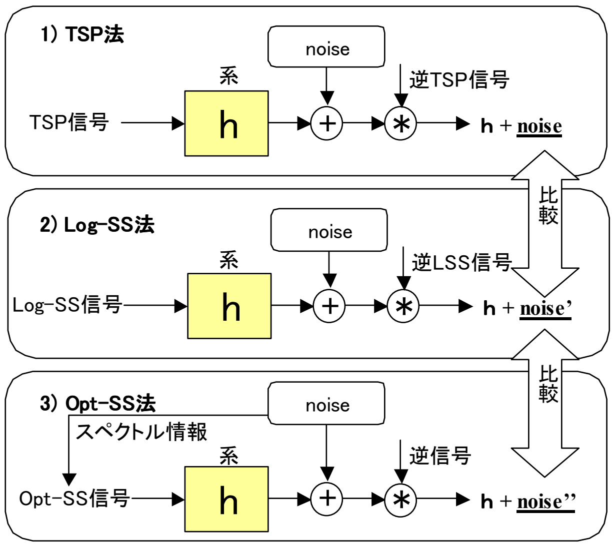

図 9　シミュレーション・ブロック図

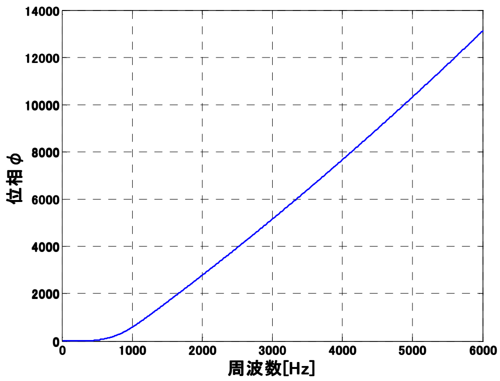

図 7　位相 ϕ

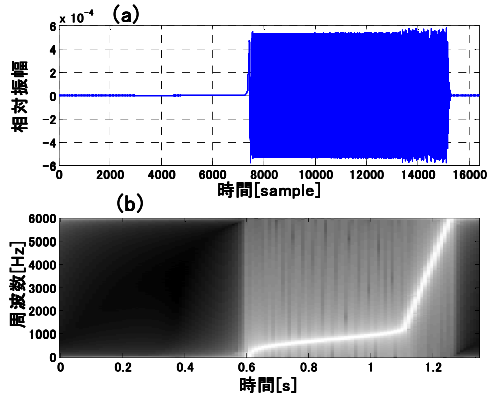

図 8　Opt-SS 信号

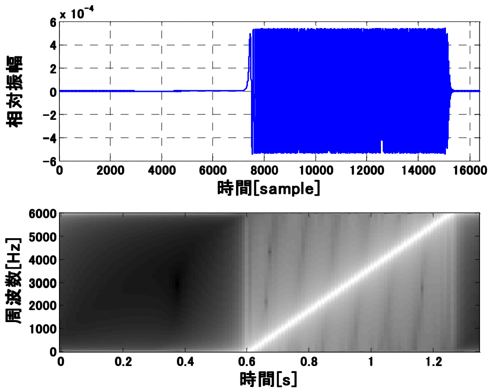

図 10　TSP 信号

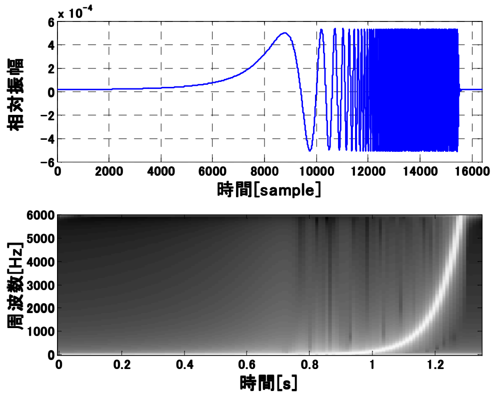

図 11　Log-SS 信号

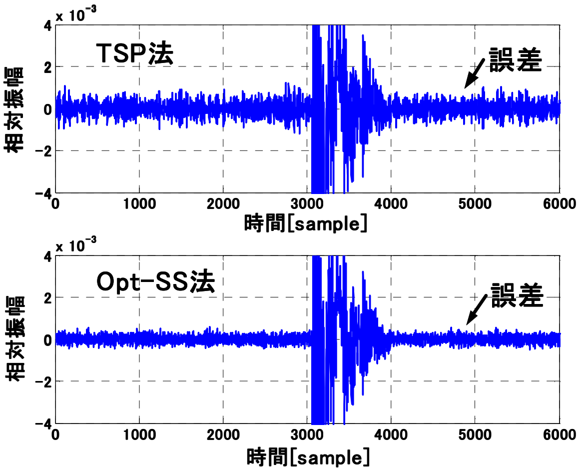

図 12　測定結果に含まれる誤差波形

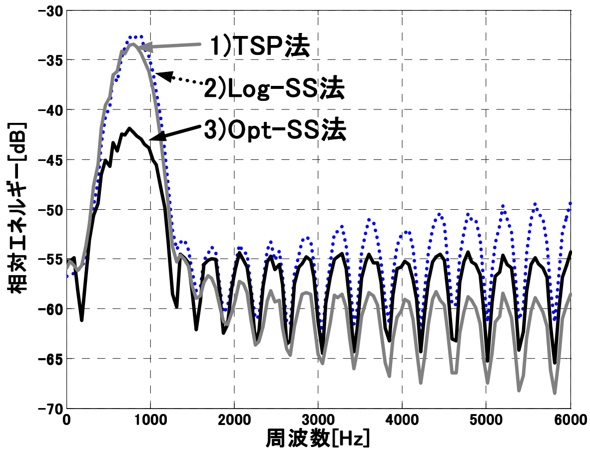

図 13　測定結果に含まれる誤差スペクトル

5.2. シミュレーション結果

TSP 法および提案法（Opt-SS 法）から得られた測定結果のインパルス応答波形を図 12 に示す（ただし，結果を見やすくするために，振幅を拡大している）．これより，提案法の測定結果は，誤差が低減していることがわかる．

次に 3 手法の測定結果に含まれる各雑音性誤差の平均周波数スペクトルを図 13 に示す．TSP 法では，測定信号のスペクトルが白色 $|S(k)|=1$ なので，元の雑音スペクトルがそのまま誤差スペクトルとなっている．また，Log-SS 法では， TSP 法に比して低域の SN 比が若干向上している反面，800Hz 付近では誤差が増加していることがわかる．一方提案法では，雑音エネルギーの大きい 500-1000Hz 付近において，雑音性誤差が大幅に減少していることがわかる．

時間波形から誤差の低減レベルを計算すると，提案法は，TSP 法よりも 6.6dB，Log-SS 法よりも 7.7dB 程度雑音性誤差が軽減されることがわかった．

6. まとめ

インパルス応答計測において，系に存在する周囲雑音のスペクトルを考慮した測定信号合成方法を報告した．この信号は，雑音性誤差を最小にするという意味で最適な信号であり，これを理論的に導出した．信号作成にあたっては，“「エネルギースペクトル・群遅延・位相」が互いに周波数の微分積分の関係にある”ことを用いて，合成を可能とした．続いてその合成法について詳細を述べ，シミュレーションの結果，従来法である TSP 法，Log-SS 法よりも 7dB 程度の誤差低減が可能であることを示した．

謝辞　本研究は東京電機大学総合研究所研究 Q03J-13 として行ったものである．

文　献

[1] 例えば,佐藤史明,“室内音響インパルス応答の測定技術,” 音響学会誌, **58** (10), 669-676 (2002).

[2] 藤本卓也, “低域バンドでの SN 比改善を目的とした TSP 信号に関する検討,” 音講論集, 433-434, (1999.9).

[3] 藤本卓也, “低域バンドでの SN 比改善を目的とした TSP 信号に関する検討－高調波歪の除去－,” 音講論集, 555-556, (2000.3).

[4] A. Farina, “Simultaneous Measurement of impulse Response and Distortion with a Swept-Sine Technique,” 108th AES Convention, 5093, (D-4), (2000. 2).

[5] 守谷直也, 金田豊, “Logarithmic TSP 信号における非線形高調波歪に関する検討,” 音講論集, 637-638, (2004.3).

[6] 守谷直也, 池田亜希, 金田豊 “インパルス応答計測におけるスピーカの非線形歪みに関する検討,” 音講論集, 735-736, (2004.9).

[7] Guy-Bart Stan, Jean-Jacques Embrocates, Dominique Archambeau, “Comparison of Different Impulse Response Measurement Techniques,” Journal of the Audio Engineering Society, 50, 4, pp.249-262, (2002).

[8] 森勢将雅,入野俊夫,坂野秀樹, 河原英紀, “暗騒音に頑健なインパルス応答測定用信号の設計手法,” 信学技報, EA2004-44, Aug, 2004.

A. 付録

A.1. 式(4)の導出

式(1)(2)(3)より、

$$\frac{\partial}{\partial E_S(k)}\left(\frac{E_N(1)}{E_S(1)}+\frac{E_N(2)}{E_S(2)}+\cdots+\frac{E_N(N)}{E_S(N)}+\lambda\left(E_S(1)+E_S(2)+\cdots+E_S(N)-C_{St}\right)\right)=0$$

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial}{\partial E_S(1)}\left(\dfrac{E_N(1)}{E_S(1)}+\lambda(E_S(1))\right)=0 \;\Rightarrow\; -\dfrac{E_N(1)}{E_S{}^2(1)}+\lambda=0 \\
\dfrac{\partial}{\partial E_S(2)}\left(\dfrac{E_N(2)}{E_S(2)}+\lambda(E_S(2))\right)=0 \;\Rightarrow\; -\dfrac{E_N(2)}{E_S{}^2(2)}+\lambda=0 \\
\vdots \\
\dfrac{\partial}{\partial E_S(N)}\left(\dfrac{E_N(N)}{E_S(N)}+\lambda(E_S(N))\right)=0 \;\Rightarrow\; -\dfrac{E_N(N)}{E_S{}^2(N)}+\lambda=0
\end{cases}
$$

これより、

$$
\lambda=\frac{E_N(1)}{E_S{}^2(1)}=\frac{E_N(2)}{E_S{}^2(2)}=\cdots=\frac{E_N(N)}{E_S{}^2(N)}
$$

$$
\Rightarrow E_s(i)=\frac{\sqrt{E_N(i)}}{\sqrt{E_N(k)}}E_s(k)\quad(k=1,2,\cdots N)
$$

拘束条件：$E_S(1)+E_S(2)+\cdots+E_S(N)=C_{St}$　に代入して、

$$
\begin{cases}
E_s(1)+\dfrac{\sqrt{E_N(2)}}{\sqrt{E_N(1)}}E_s(1)+\cdots+\dfrac{\sqrt{E_N(N)}}{\sqrt{E_N(1)}}E_s(1)=C_{St} \\
\qquad\Rightarrow\; E_s(1)\left\{\dfrac{\sqrt{E_N(1)}+\sqrt{E_N(2)}+\cdots+\sqrt{E_N(N)}}{\sqrt{E_N(1)}}\right\}=C_{St} \\
\dfrac{\sqrt{E_N(1)}}{\sqrt{E_N(2)}}E_s(2)+E_s(2)+\cdots+\dfrac{\sqrt{E_N(N)}}{\sqrt{E_N(2)}}E_s(2)=C_{St} \\
\qquad\Rightarrow\; E_s(2)\left\{\dfrac{\sqrt{E_N(1)}+\sqrt{E_N(2)}+\cdots+\sqrt{E_N(N)}}{\sqrt{E_N(2)}}\right\}=C_{St} \\
\vdots \\
\dfrac{\sqrt{E_N(1)}}{\sqrt{E_N(N)}}E_s(N)+\dfrac{\sqrt{E_N(2)}}{\sqrt{E_N(N)}}E_s(N)+\cdots+E_s(N)=C_{St} \\
\qquad\Rightarrow\; E_s(N)\left\{\dfrac{\sqrt{E_N(1)}+\sqrt{E_N(2)}+\cdots+\sqrt{E_N(N)}}{\sqrt{E_N(N)}}\right\}=C_{St}
\end{cases}
$$

ゆえに、この関係を満たす最適信号のエネルギースペクトル $E_{opt}(k)$は、式(4)で表現できる。

A.2. 所望の信号を得るためのパラメータ設定

図 3 に示す所望の振幅値 ***a***，実効的な信号長 ***m*** を得るためには，パラメータ $\boldsymbol{C_1}$，$\boldsymbol{C_2}$ を以下のように設定する必要がある．

■ 群遅延 *D(k)* の補正パラメータ C_1

エネルギースペクトル ***E(k)*** の総和（積分）をとれば群遅延 ***D'(k)*** が得られる．しかし，実効的な信号長 ***m*** を所望の長さにするためには,この群遅延 ***D'(k)***を補正する必要がある．信号長 ***m*** は，ナイキスト周波数（***k=N/2+1***）における群遅延の値 ***D(N/2+1)*** を用いて

$$
m=\frac{D(N/2+1)}{2\pi}N \tag{A.1}
$$

と表される．よって ***D(k)*** は ***k=N/2+1*** において

$$
D(N/2+1)=2\pi\frac{m}{N} \tag{A.2}
$$

となればよい．

そのためには,

$$
D'(k)=\sum_{i=1}^{k}E(i) \tag{A.3}
$$

としたとき,

$$
C_1=2\pi\left(\frac{m}{N}\right)\frac{1}{D'(N/2+1)} \tag{A.4}
$$

と定めればよい．すなわち，式（6）における ***D(k)***は

$$
D(k)=C_1\sum_{i=1}^{k}E(i)=2\pi\left(\frac{m}{N}\right)\frac{\sum_{i=1}^{k}E(i)}{\sum_{i=1}^{N/2+1}E(i)} \tag{A.5}
$$

と定めればよい．

■ 位相 *φ(k)* の補正についての補足

上記で補正された群遅延 ***D(k)*** の総和をとれば，所望の位相 ***φ(k)*** が得られるが，ナイキスト周波数（ ***k=N/2+1*** ）における位相 ***φ(N/2+1)*** の不連続性によるスペクトルの拡散を回避するために，***φ(N/2+1)*** を ***π*** の整数倍に補正することが望ましい．そこで，群遅延 ***D(k)*** の総和をとったものを ***φ'(k)*** と表すと

$$
\phi'(k)=\sum_{i=1}^{k}D(i) \tag{A.6}
$$

この ***φ'(k)*** の ***k=N/2+1*** の値を最も近い ***π*** の整数倍とするために

$$
\phi(k)=\phi'(k)\times\left\{round\left[\phi'\left(\frac{N}{2}+1\right)\Big/\pi\right]\times\pi\Big/\phi'\left(\frac{N}{2}+1\right)\right\} \tag{A.7}
$$

と補正を行う．ここで ***round*[・]**は整数の丸めを示す．

■ 振幅 *A(k)* の補正パラメータ C_2

定数 $\boldsymbol{C_2}$ を次式で定義する．

$$
C_2=a\times\sqrt{\frac{1}{2}\times m\times\left(\frac{N}{E(1)+E(2)+\cdots+E(N)}\right)} \tag{A.8}
$$

このとき，式（8）のように

$$
A(k)=C_2\sqrt{E(k)} \tag{A.9}
$$

である．

この信号のエネルギーは式（A.8）と（A.9）から,

$$
\sum_{k=1}^{N}A^2(k)=\frac{a^2}{2}\times m\times N \tag{A.10}
$$

となって，振幅が ***a*** の正弦波のパワー $\boldsymbol{a^2/2}$ と信号長 ***m*** に比例していることがわかる（N は DFT の性質：パーセヴァルの等式に関連した定数）.

このように，図 3 に示す所望の振幅値 ***a***，実効的な信号長 ***m*** が与えられた時，式（A.4）および式（A.8）に従って，式（6）および式（8）に含まれる定数 $\boldsymbol{C_1}$，$\boldsymbol{C_2}$ を決定すれば良い．